中華民國第 57 屆中小學科學展覽會

作品說明書

高級中等學校組　工程學科(一)科

最佳(鄉土)教材獎

052304

自製竹蜻蜓與發射器探討升空原理

學校名稱：臺中市立大甲高級中等學校

作者：	指導老師：
高一　卓冠甫	卓慶良
高一　蔡名皓	黃詩翔
高一　洪惠紋	

關鍵詞：竹蜻蜓、童玩、旋翼

摘要

竹蜻蜓是適合親子共玩的童玩，從 2 篇中小學科展關於竹蜻蜓的研究中我們發現：以往製作竹蜻蜓的過程不夠精確，很難控制變因，且徒手拉繩的數據不盡客觀。

因此，我們開發各式模具並設計發射器，製作各式的竹蜻蜓。因為竹材有具韌性、易取得、易加工等優點，且同學只需研習 3 小時，即可製作出竹蜻蜓，**非常適合高中生探究與實作課程。**

我們以強韌不易變形的空心碳纖維管作轉軸，插入細鐵絲，以微調竹蜻蜓重量，並設計竹蜻蜓旋翼模具，可依需要微調旋翼的角度，**大量複製規格一致的旋翼，使實驗結果具有再製性**。此外，為**模擬手搓起飛竹蜻蜓，我們製作可固定拉力的「竹蜻蜓發射平台」，得出較可靠的數據**，不但**可作為鄉土教材，也是直升機旋翼的初始研究。**

壹、研究動機

本校自 102 年至 105 年，舉辦三屆均質化活動，以達文西飛行計畫為主題，當時是以**製作竹蜻蜓為簡易飛行器**，我連續參加兩年，感到非常有趣，引發我研究竹蜻蜓原始動力。

早在**中國晉朝就有關竹蜻蜓的紀錄，是中國古老玩具之一**。在**文藝復興時期，達文西曾畫出螺旋翼詳細設計圖**，充滿人類對「螺旋翼升空」的想像，直到 **1907 年法國人保羅科爾尼研製載人直升機才試飛成功**。竹蜻蜓可以說是直升機的始祖，今日雖然空拍機取代竹蜻蜓成為高級玩具，若使用現成的旋翼就失去探究的樂趣。

日本很提倡老少共玩的戶外活動，由退休老人家帶領中小學學生，一起做竹蜻蜓、玩竹蜻蜓，已成非常受歡迎的課外活動。老人家拿出準備好的竹片製作各樣的竹蜻蜓，往往比青少年的塑膠製的竹蜻蜓飛得更高、更遠、在空中停留時間更久，日本甚至舉辦竹蜻蜓飛行競賽，足見他們的用心。反觀台灣雖然盛產竹子，如何用竹片製作竹蜻蜓的技能卻近乎失傳，如何培養學生手作能力與增進親子互動關係呢？

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>日本退休老人一對一竹蜻蜓教學</td><td>台灣中低海拔盛產的竹材</td></tr>
</table>

貳、研究目的

從參考 48 屆中小學科展「會來回轉動的竹蜻蜓」,52 屆中小學科展「平步蜻雲」關於竹蜻蜓的研究，我們發現：製作竹蜻蜓過程不夠精確，很難控制變因，徒手拉繩不盡客觀，於是請老師協助設計，**製作「旋翼加工模具」、「旋翼模具」與「竹蜻蜓發射平台」，使竹蜻蜓具有再製性**，配合轉速計，攝影機，可以科學測量，討論轉軸長度、翼軸比、不同迎風角、旋翼仰角俯角、竹蜻蜓表面粗糙程度、斷面質量分佈、旋翼半徑 R 的配重及螺旋旋翼與空氣摩擦面積等對竹蜻蜓之影響，未來可作為「直升機的升空原理」教材。

參、研究器材及設備

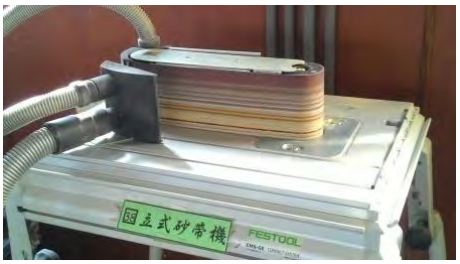
一、 竹蜻蜓製作材料:

(一) 旋翼—竹片:

Fig.01：桂竹片使用直徑 70mm 厚 7.5mm 依指定長度寬度剖切	Fig.02：孟宗竹片(140mm*18mm*5.3mm)
	
Fig.03：轉軸—圓形碳纖維管(外徑 3mm 內徑 1.55mm)，可內置鐵絲(直徑 1.5mm)	
	

二、 製作竹蜻蜓機具、量具及模具

(一)　機具:

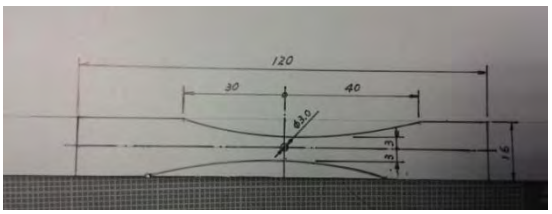
Fig.04：桌上型圓鋸機（定長度、寬度）	Fig.05：鑽孔機（鑽轉軸孔）
	
Fig.06：圓盤砂磨機（精磨端面）	Fig.07：立式砂帶機（研磨迎風角、背風角）
	

(二)　特別的量具:

Fig.08：溫溼度計	Fig.09：大氣壓力計
	
Fig.10：角度規（精確量測模具、旋翼角度）	Fig.11：組合角規（量測旋翼與轉軸垂直度）
	

(三)　模具:

Fig.12：「轉軸孔定位模板」可精準鑽出置中圓孔	Fig.13：「旋翼模具」可精準調整旋翼迎風角
	

Fig.14~15：「旋翼模具」可精準調整旋翼仰角、俯角	
	
Fig.16：旋翼紙模	Fig.17：依旋翼紙模與模具切出半成品
	

肆、研究過程或方法

一. 自製竹蜻蜓步驟:

(一)使用桌上型圓鋸機，設定旋翼的寬度(固定 17mm)、長度(固定 120mm)，使用鑽孔機及定位模板鑽轉軸孔。

(二)使用旋翼加工模板，利用立式砂帶機研磨背風角及迎風角。

(三)將研磨完之旋翼套上旋翼紙模，用油性代針筆精密描繪，使用立式砂帶機，磨去描繪旋翼曲線部分。

(四)使用切出小刀削去中心較厚部分以減少風阻，更有利於旋翼後製加工（調整迎風角、仰角、俯角加工），使用尖尾銼刀修飾旋翼，使其左右配重相同。

(五)用三角銼刀磨切碳纖維管使等長。

(六)使用#120、#180、#320 由粗而細的砂紙將旋翼表面研磨平滑，利用快乾膠將碳纖維管插入旋翼固定，將竹蜻蜓置於電子天平秤重。

(七)剪一小段鐵絲黏在碳纖維管中，可調節竹蜻蜓的重量，使每支重量誤差±0.1g

(八)確定竹蜻蜓平放在平衡測試台不晃動，即使翻面也平衡不晃動

(九)完成並試飛。

Fig.18：竹片定寬	Fig.19：鑽轉軸孔
	
Fig.20：畫出旋翼端面，測量迎風角(攻角)	Fig.21：左：立式砂帶機，右：旋翼加工模具(可精準研磨出背風角 19 度及迎風角 15 度)
	
Fig.22：旋翼表面用銼刀與砂紙研磨	Fig.23：**將竹蜻蜓平放，能保持平衡不晃動**
	

二.自製「旋翼模具」方便旋翼加工，製作不同的迎風角(攻角)，操作步驟如下：

(一)將旋翼包上鋁箔，用黑色鐵夾夾緊旋翼兩端於連桿上，利用調整夾持台高度及連桿傾角調整，**可設定迎風角 4°~45°，仰角±4°、±10°，”-”表示俯角。**

(二)使用打火機對準旋翼基部的鋁箔加熱，左右上下每次時間約 5 秒，鋁箔可使旋翼受熱均勻，**避免旋翼碳化而影響結構強度，趁熱調整迎風角、仰角、俯角。**

(三)達到實驗所需的角度，待冷卻後拆下鋁箔紙，即定型。

(四)微調並測試平衡

Fig.24：旋翼包鋁箔	Fig.25：迎風面(攻角)可調 5~45 度
	
Fig.26：升降台調整旋翼的仰角、俯角	Fig.27：打火機加熱並調整角度
	

三. **為了減少人為發射誤差，自製「竹蜻蜓發射器」**操作說明：

圓鋸機切出 V 型夾角 60°溝槽，中上段切出 2cm 寬棉線出線口，並將溝槽精細研磨光滑，可將轉軸密合緊貼；再將三角柱型木塊(夾角 60°)利用金屬活頁及鎖扣結合成三角夾具總成，可將轉軸穩固夾緊，撥開扣件，可迅速彈開，棉繩即可拉動竹蜻蜓旋轉。

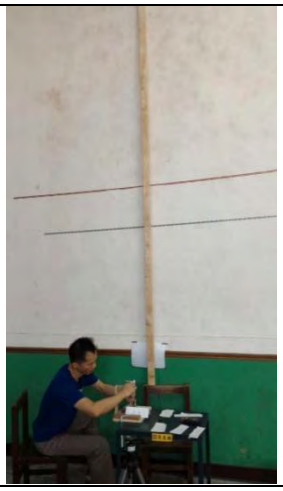
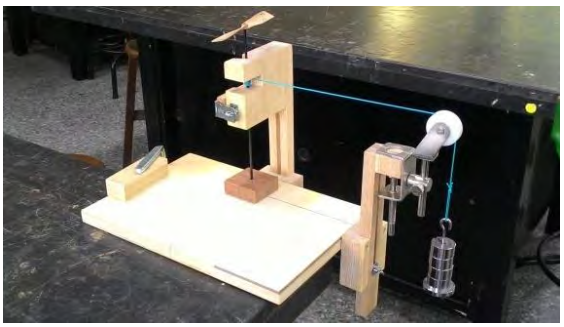
(一).發射器結構說明:

1.發射台

Fig.28：升降機構	Fig.29：三角夾具總成	Fig.30：升降台底座
		

(二).發射器測試程序:

1. 紀錄:溫度、溼度、大氣壓力、**體育館為室內，風速幾乎為 0。註一、註二**
2. **調整發射台面水平及發射架鉛垂度。**
3. 將棉繩緊密纏繞在轉軸指定區段，由同一人固定方向繞 20 圈，確保力道一致。
4. 竹蜻蜓直立於發射台，用扣件固定，繩另一端經過定滑輪固定懸掛 251g 砝碼。
5. 攝影機拍攝扣件彈開時，竹蜻蜓開始旋轉，測量竹蜻蜓最高轉速、起飛轉速 f (r.p.m.)，棉繩拉動竹蜻蜓的作用時距△t (s)，背景為標高尺，**使用攝影機監測竹蜻蜓升空最大高度。**

Fig.31：牆上貼刻度尺，測量竹蜻蜓起飛高度。	Fig.32：自製發射器，當釋放金屬扣件後砝碼拉動棉線，竹蜻蜓先旋轉後起飛。
	
Fig.33：使用台達-文本型人機介面，可程式控制外接轉速表頭，測量即時轉速 (r.p.m.)	Fig.34：操作面板可紀錄：最高轉速、起飛轉速，即時轉速，單位 r.p.m.，誤差約 2%(3000±60 r.p.m.)
	
Fig.35：竹蜻蜓底座裝設「對照式光電開關」，當竹蜻蜓起飛可記錄轉速 f (r.p.m.)	Fig.36：攝影機以每秒 24 個畫面，拍攝棉繩拉動竹蜻蜓的作用時距△t (s)





註一:溫、溼度會影響竹材含水率，對竹蜻蜓重量有影響。

註二: 高度和氣壓:隨著高度的增加，氣壓會降低。平均而言，隨著高度每增加 1000 英尺，氣壓會降低 1"Hg。**當氣壓降低時，空氣密度變小或者說空氣變稀薄**。這相當於上升到了更高的高度，我們稱之為密度高度。隨著氣壓降低， **密度高度會升高並且對航空器性能也有顯著的影響。溫度的變化會引起空氣密度的變化，從而又導致氣壓的變化，進而又導致大氣在垂直和水平方向產生氣流和風等運動**。為了達到均衡狀態，大氣幾乎是永不休止地處於運動之中。正是這種運動形成了多種多樣的天氣變化。故大氣壓力影響空氣密度，影響升空。

原文網址：https://kknews.cc/zh-tw/science/j8e6jry.html

五. 測量拉繩轉動竹蜻蜓的時距

(一) 棉繩長 60cm，可纏繞碳纖維管共 20 圈後，用扣件固定竹蜻蜓在三角夾具。

(二) 攝影機使用「連拍模式」，當放開扣件瞬間拉力開始作用，觀察繩拉動碳纖維管過程，直到繩脫離碳纖維管竹蜻蜓向上飛起，數拍攝照片張數，相鄰兩照片時距 1/24 秒，則拉力作用時距△t (s)對應照片張數如下表，介於 0.33~0.67 秒。

(三)

Fig.37：當放開扣件瞬間開始計時

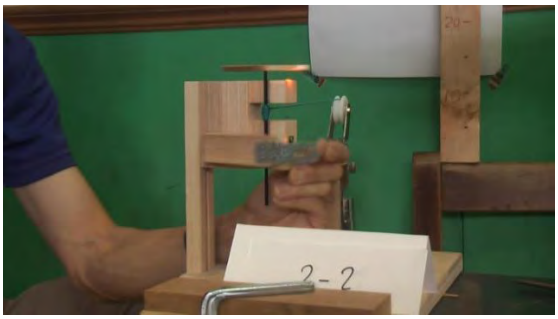
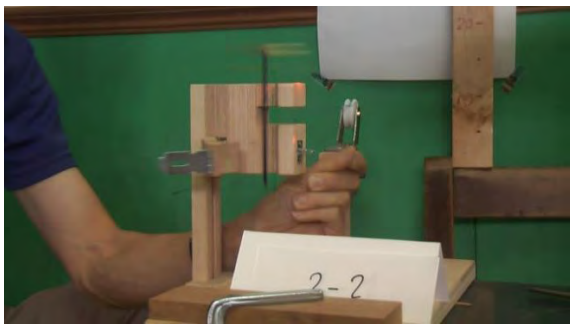


Fig.38：繩脫離碳纖維管竹蜻蜓向上飛起



數位影像的張數	8	9	10	11	12	13	14	15	16
拉力作用時距△t (s)	0.33	0.38	0.42	0.46	0.50	0.54	0.58	0.63	0.67

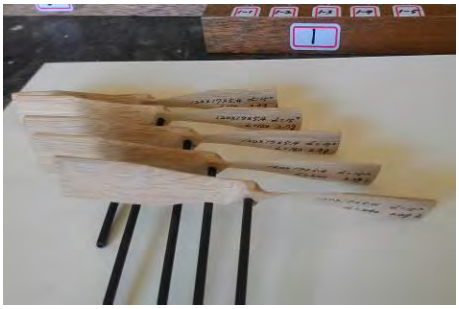
伍、研究結果

我們**固定砝碼拉繩拉力 251gw 模擬搓手動作**，規劃 8 個實驗改變不同變因，並測量：旋翼最高轉速 f_T (×1000 r.p.m.)、竹蜻蜓起飛轉速 f_t (×1000 r.p.m.)、拉繩作用時距△t (s)、竹蜻蜓升空高度 h (m)，紀錄大氣環境：溫度 21.8℃、濕度 69%、氣壓 728 torr。

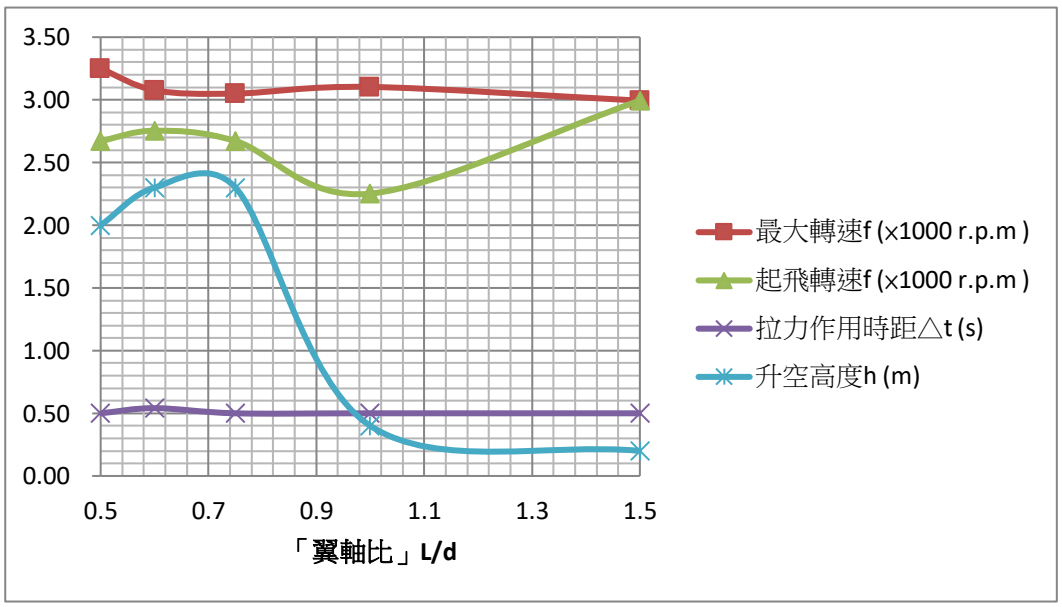
一、EXP1：固定旋翼長度 L，改變轉軸長度 d，則竹蜻蜓的「翼軸比 L/d」由大而小。

Fig.39,40：不同轉軸長度的竹蜻蜓





控制變因	固定迎風角 α=15°，旋翼長度 L=12cm				
竹蜻蜓編號	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
旋翼長度 L (cm)	12	12	12	12	12
轉軸長度 d(cm)	**8.0**	**12.0**	**16.0**	**20.0**	**24.0**
「翼軸比」L/d	**1.5**	**1.0**	**0.75**	**0.6**	**0.5**
重量 (g)	2.5	2.7	2.9	3.2	3.5
最高轉速 f_T (×1000 r.p.m.)	2.99	3.10	3.05	3.08	3.25
起飛轉速 f_t (×1000 r.p.m.)	2.99	2.25	2.67	2.75	2.67
拉力作用時距△t (s)	0.50	0.50	0.50	0.54	0.5
升空高度 h (m)	0.2	0.4	2.30	2.30	2.00



發現：

1 當翼軸比 L/d≒0.7，升空高度超過 2m，當翼軸比 L/d＞0.9，竹蜻蜓起飛後易搖晃，升空高度低於 1m，推論：轉軸長度(碳纖維棒)較長，有助於起飛平衡。

2 當翼軸比 L/d≒1，碳纖維棒適中，竹蜻蜓重量 2.7g 未過重，竹蜻蜓能以較低轉速 2250 r.p.m.起飛。

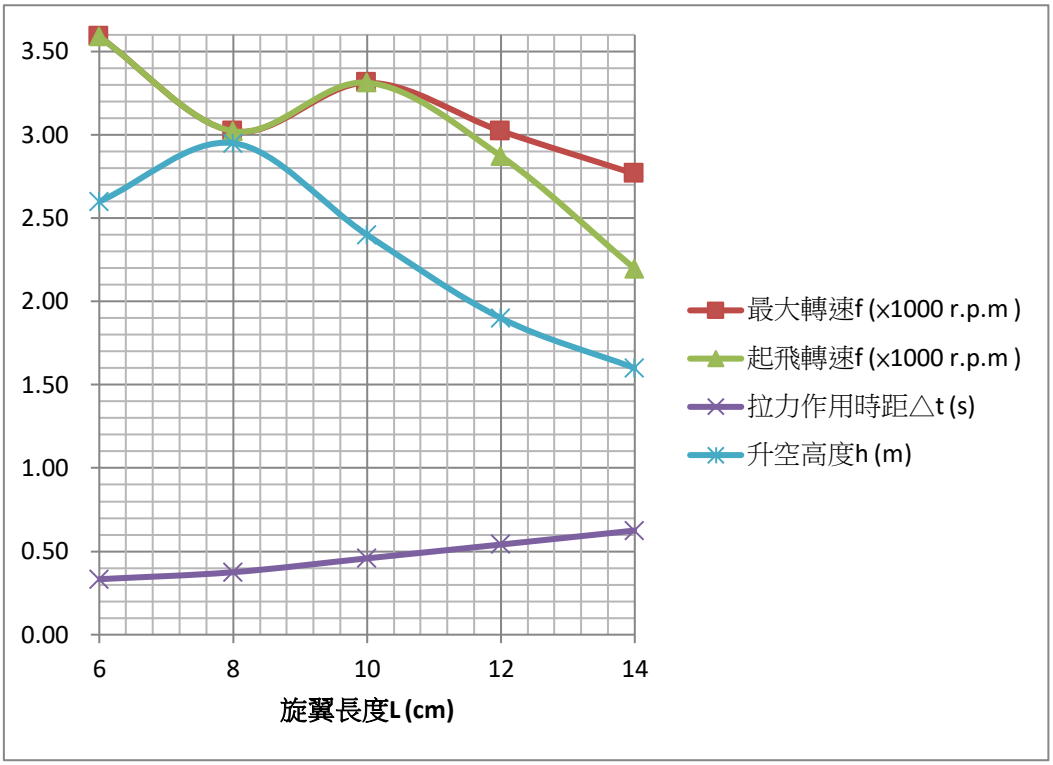
二、EXP2：固定竹蜻蜓翼軸比 L/d=0.6，由小而大製作不同大小竹蜻蜓

Fig.41,42：不同長度碳纖維棒的竹蜻蜓





控制變因	翼軸比 L/d=0.6，迎風角 α=15 度，旋翼上下面積相同。				
竹蜻蜓編號	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5
旋翼長度 L (cm)	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**
重量 (g)	**1.6**	**2.1**	**2.8**	**3.6**	**4.3**
最高轉速 f_T (×1000 r.p.m.)	3.59	3.02	3.31	3.02	2.77
起飛轉速 f_t (×1000 r.p.m.)	3.59	3.02	3.31	2.87	2.20
拉力作用時距△t (s)	0.33	0.38	0.46	0.54	0.63
升空高度 h (m)	2.6	2.95	2.4	1.9	1.6



發現：

1 當旋翼長 8cm，可以較小的起飛轉速 3020r.p.m.，使竹蜻蜓達的升空高度接近 3m。

2 推論：當固定拉力時，並不是旋翼越長，升空高度越高，因為重量越重，空氣阻力也越大。

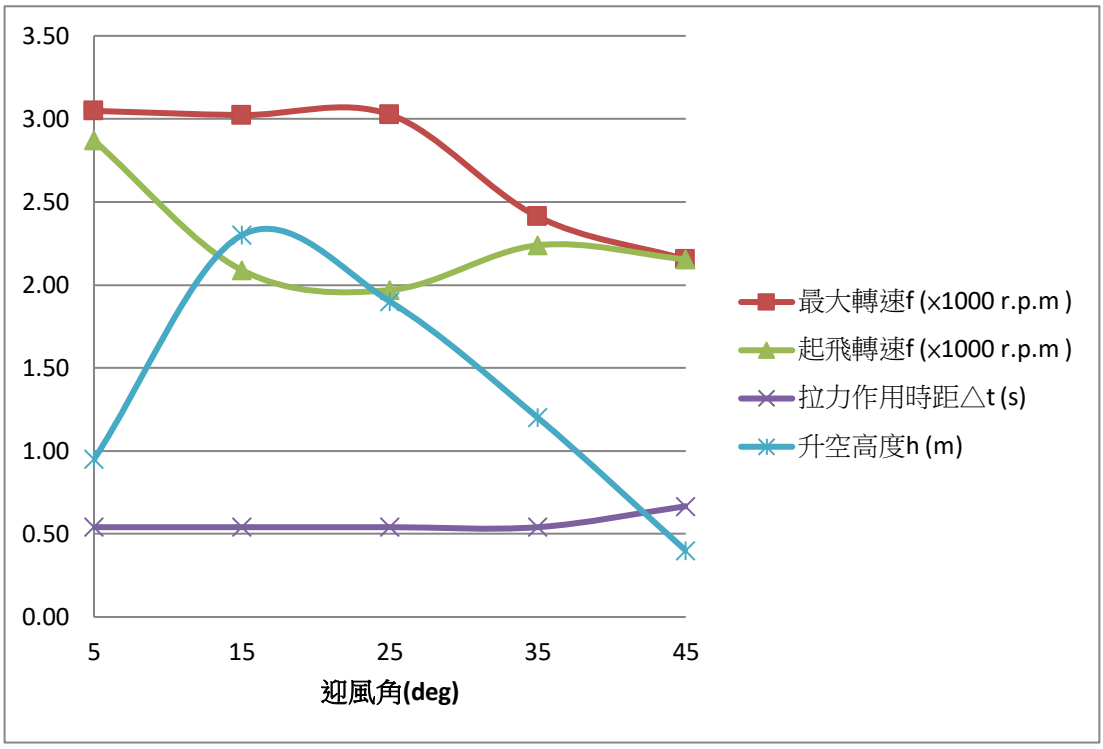
三、EXP3：改變不同迎風角(攻角) α

Fig.43,44：(由左而右)迎風角介於 5°~45°的竹蜻蜓





控制變因	重量 3.2g，旋翼 L=12 cm，轉軸長度 d=20 cm				
竹蜻蜓編號	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5
迎風角 α (deg)	**5**	**15**	**25**	**35**	**45**
最高轉速 f_T (×1000 r.p.m.)	3.05	3.02	3.03	2.41	2.15
起飛轉速 f_t (×1000 r.p.m.)	2.87	2.09	1.97	2.24	2.15
拉力作用時距△t (s)	0.54	0.54	0.54	0.54	0.67
升空高度 h (m)	0.95	2.30	1.90	1.20	0.40



發現：

1 固定旋翼 L=12 cm，當迎風角 15˚，升空高度突破 2m。當迎風角 α>25˚，升空高度反而變小。

2 推論：迎風角較大，雖然增加下壓的空氣，也增加空氣阻力使轉速變慢。

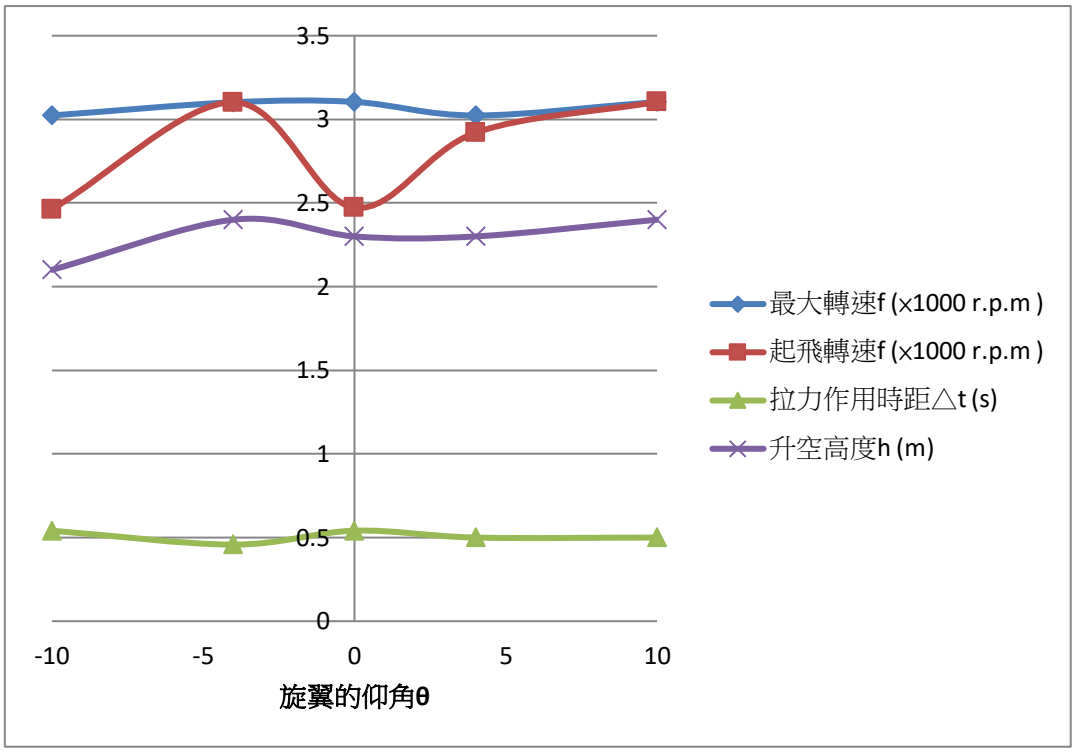
四、EXP4：旋翼的仰角 θ>0 與俯角 θ<0

Fig.45~46：不同仰角介於-10˚~10˚的竹蜻蜓





控制變因	重量 3.2g，旋翼長 12.0cm，轉軸長 20.0cm，迎風角 α=15˚				
竹蜻蜓編號	4-5	4-4	4-1	4-2	4-3
旋翼的仰角 θ	**-10**	**-4**	**0**	**4**	**10**
最高轉速 f_T (×1000 r.p.m.)	3.02	3.10	3.10	3.02	3.10
起飛轉速 f_t (×1000 r.p.m.)	2.46	3.10	2.47	2.92	3.10
拉力作用時距△t (s)	0.54	0.46	0.54	0.50	0.50
升空高度 h (m)	2.1	2.4	2.3	2.3	2.4



發現：

1 當仰角 θ =0°可以最低轉速 2470r.p.m.起飛，高度為 2.3m。當仰角 θ =-4°的起飛轉速 3100r.p.m.較大，高度為 2.4m 反而較高。

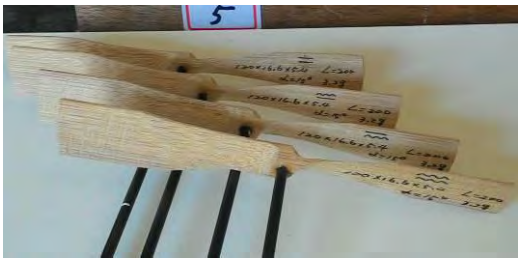
2 推論：1 旋翼些微俯角，可使空氣集中壓縮，垂直上升較高。

2 若俯角過大，翼尾帶動氣旋，易形成擾流，反無助升空。

五、EXP5：竹蜻蜓旋翼表面粗糙程度。

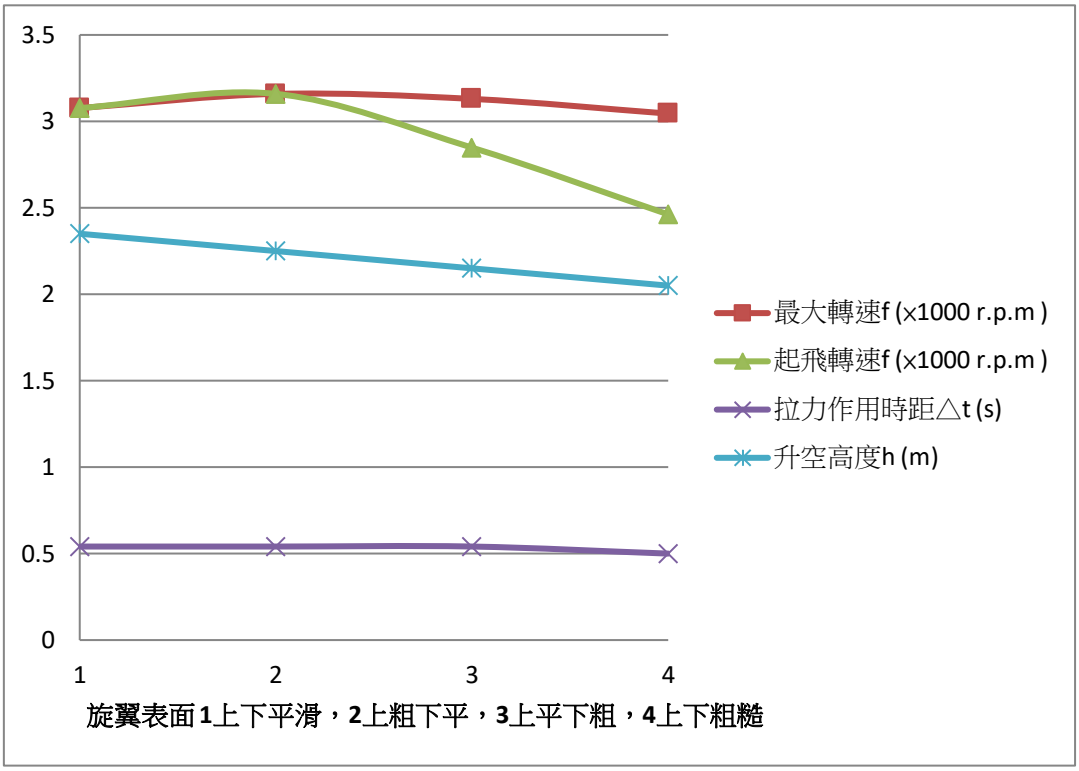
Fig.47~48：旋翼表面不同粗糙程度的竹蜻蜓





控制變因	平滑面用#320 白砂紙精磨，粗糙面用約#40 尖尾銼刀粗磨。竹蜻蜓重量皆 3.2g，旋翼長 12.0cm，轉軸長 20.0cm，迎風角 α =15 度			
竹蜻蜓編號	5-1	5-2	5-3	5-4
旋翼表面粗糙程度	兩面平滑	上表面粗糙 下表面平滑	上表面平滑 下表面粗糙	兩面粗糙
最高轉速 f_T (x1000 r.p.m.)	3.08	3.16	3.13	3.05
起飛轉速 f_t (x1000 r.p.m.)	3.08	3.16	2.85	2.46

拉力作用時距△t (s)	0.54	0.54	0.54	0.50
升空高度 h (m)	2.35	2.25	2.15	2.05



發現：

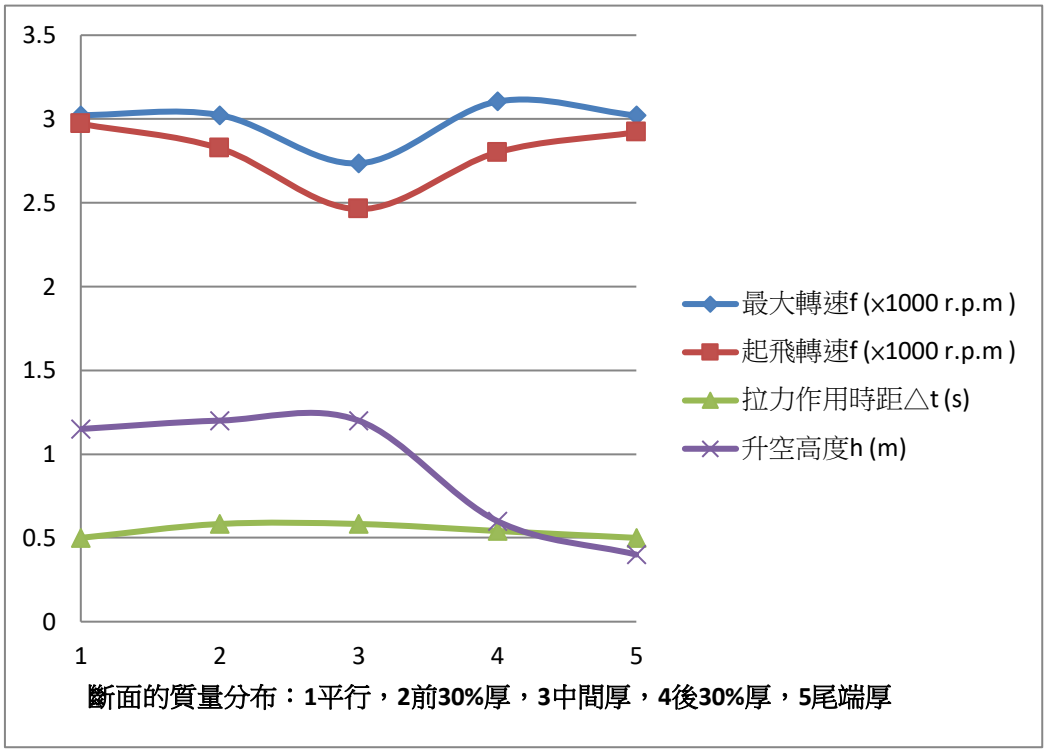
1 旋翼表面越光滑，與空氣接觸的阻力越小，升空高度較高。

2 旋翼表面上下粗糙，開始轉動時，能有效帶動空氣，竹蜻蜓起飛轉速較小。

3 若進一步研究表面塗層，可改變氣流狀態，增加旋翼強度，有助飛行。

六、EXP6：斷面的質量分布(Fig.49~53)：

控制變因	固定迎風角 α =15˚，重量，轉軸長相同				
竹蜻蜓編號	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5
斷面的質量分布	**平行** 	**前 30%較厚** 	**中間 50%較厚** 	**後 30%較厚** 	**尾端最厚** 
最高轉速 f_T (x1000 r.p.m.)	3.02	3.02	2.74	3.10	3.02
起飛轉速 f_t (x1000 r.p.m.)	2.97	2.83	2.46	2.80	2.92
拉力作用時距△t (s)	0.50	0.58	0.58	0.54	0.50
升空高度 h (m)	1.15	1.20	1.20	0.60	0.40



發現：

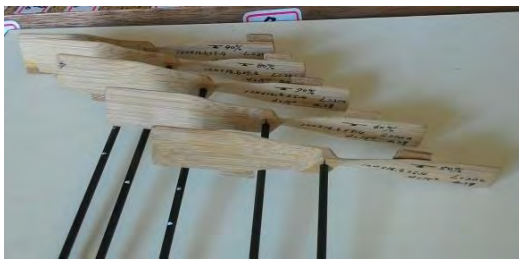
1 旋翼斷面迎風面鼓起(前 30~50%較厚)，符合機翼上表面鼓起流線形狀，將使上表面流速快，壓力小，產生向上升力(伯努力原理)，升空高度較高(超過 1m)。

2.6-4、6-5 斷面後端較厚，氣流於尾端會產生亂流，阻礙升空。

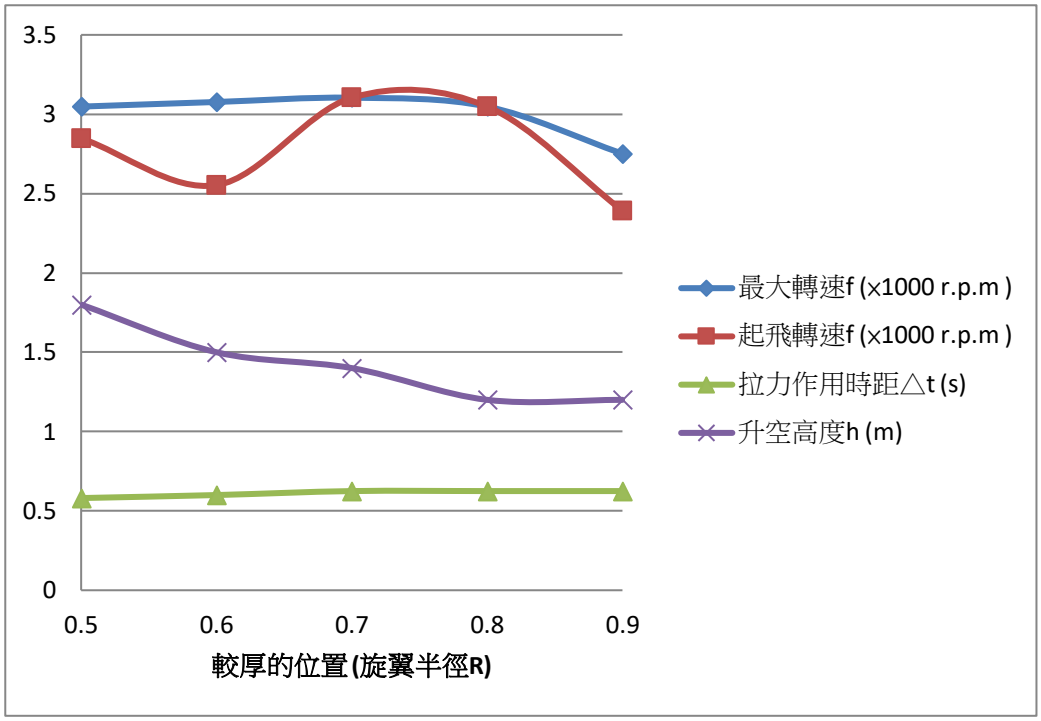
七、EXP7：**旋翼較厚的位置(配重)與轉軸的距離由遠而近**，0.9R~0.5R，旋翼半徑 R

Fig.54~55：下圖由左而右的竹蜻蜓，旋翼的配重由外而內





控制變因	旋翼長 12.0cm 轉軸長 20.0cm 重量 4.2g 迎風角 α =15 度				
竹蜻蜓編號	7-1	7-2	7-3	7-4	7-5
較厚的位置	**0.9R**	**0.8R**	**0.7R**	**0.6R**	**0.5R**
最高轉速 f_T (x1000 r.p.m.)	2.75	3.05	3.10	3.08	3.05
起飛轉速 f_t (x1000 r.p.m.)	2.39	3.05	3.10	2.55	2.85
拉力作用時距△t (s)	0.63	0.63	0.63	0.60	0.58
升空高度 h (m)	1.20	1.20	1.40	1.50	1.80



發現：

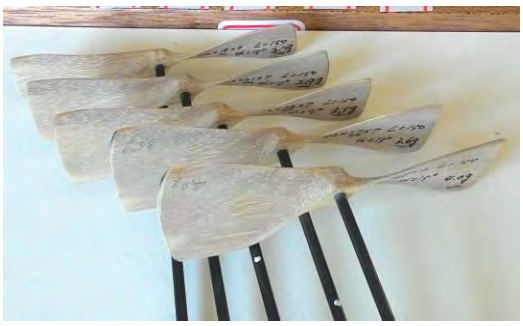
1 相同拉力，配重接近轉軸 0.5R，轉動慣量較小，雖然拉力作用時距△t 略短，升空高度較高。

2 相同拉力，不同配重位置，起飛轉速呈現波浪曲線，推論：旋翼高速旋轉時，配重將使旋翼振動，其特性振動頻率影響起飛轉速。

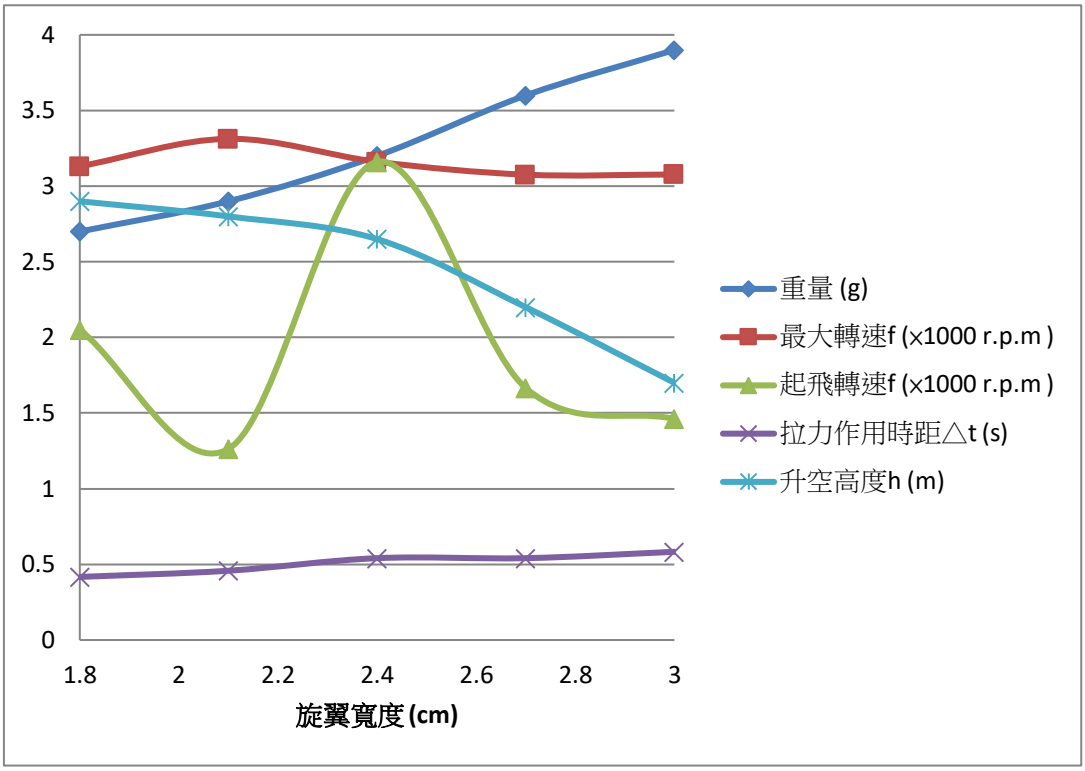
八、EXP8：旋翼採用螺旋曲面而且固定長度，增加旋翼寬度，改變旋翼面積

Fig.56~57：下圖由左而右，旋翼寬度由小而大的竹蜻蜓





控制變因	旋翼長 9.0cm 轉軸長 15.0cm 迎風角 α =15 度				
竹蜻蜓編號	8-1	8-2	8-3	8-4	8-5
旋翼寬度 (cm)	**1.8**	**2.1**	**2.4**	**2.7**	**3.0**
重量 (g)	**2.7**	**2.9**	**3.2**	**3.6**	**3.9**
最高轉速 f_T (×1000 r.p.m.)	3.13	3.31	3.16	3.08	3.08
起飛轉速 f_t (×1000 r.p.m.)	2.05	1.26	3.16	1.67	1.46
拉力作用時距△t (s)	0.42	0.46	0.54	0.54	0.58
升空高度 h (m)	2.90	2.80	2.65	2.20	1.70



發現：

1 旋翼的寬度<2.4cm，面積雖不大，竹蜻蜓的重量較輕，升空高度可超過 2.5m。

2 當旋翼寬度 2.1cm，能以最低轉速 1260r.p.m.升空，達到最高轉速 3310r.p.m.，高度達 2.8m。

3 發現螺旋曲面，能以較低轉速升空，是下一階段研究重點。

陸、討論

一、 比較 EXP.6-1(斷面平行)與 6-3(中間較厚)數值發現：**伯努利定律能增加升力有限**，因為 6-3 的升空高度只增加 5cm，**而旋翼中間鼓起將使流線往下，竹蜻蜓起飛轉速較小**。

二、 繩長與砝碼固定，則拉力對竹蜻蜓作功固定，則

$$\begin{cases} \text{當竹蜻蜓的轉動慣量越大，表示不易旋轉，起飛轉速} f_t \text{較大} \\ \text{當竹蜻蜓的轉動慣量越小，表示容易旋轉，起飛轉速} f_t \text{較小} \end{cases}$$

我們將旋翼視為矩形，(以端點旋轉)轉動慣量 $I = \frac{1}{3}mR^2 = m(0.57R)^2 \cong (0.6R)^2 m$

可解釋 EXP.7-4 配重在 0.6R，起飛轉速 1450r.p.m.最小。

三、綜合 EXP.1~5，竹蜻蜓（飛得高）與（較低轉速，容易起飛）的參數如下表，說明竹蜻蜓的「特性曲線」為非線性：

參數	飛得高	較低起飛轉速	說明

翼軸比 L/d	0.7	1	轉軸較短，質量較輕，容易起飛
旋翼長度 L (cm)	8	8，12	旋翼較長，雖然較重，壓縮空氣較多。
迎風角 α	15	25	迎風角略大，有助於下壓氣流
旋翼的仰角 θ	-4°	0°，-10°	旋翼些微俯角，有助於下壓氣流集中
旋翼表面	兩面光滑	兩面粗糙	旋翼些微粗糙，有助於帶動氣流上升

四、 為了說明：竹蜻蜓利用壓縮氣流的反作用力升空。

下圖左：我們將旋翼視為矩形，旋翼繞半週下壓圓柱體空氣柱。

下圖右：原本相對於旋翼靜止的空氣團，當旋翼$\overline{MN}$快速平移到$\overline{CD}$，截面積四邊形 MNDC 的空氣團被壓縮成 END，以氣體流速 u 順著流線斜向流出。

Fig.58：旋翼長 L=2R，旋翼半徑 R，旋翼面積 A，迎風角 α，轉軸長 d，轉速 f (Hz)

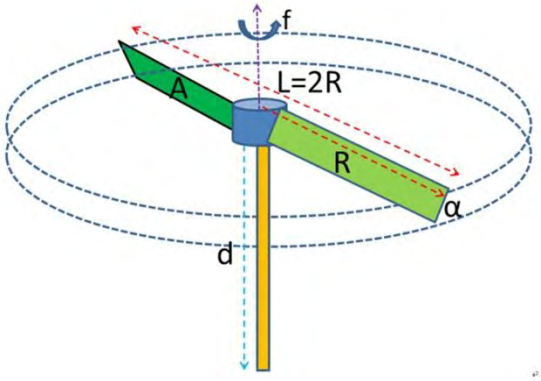
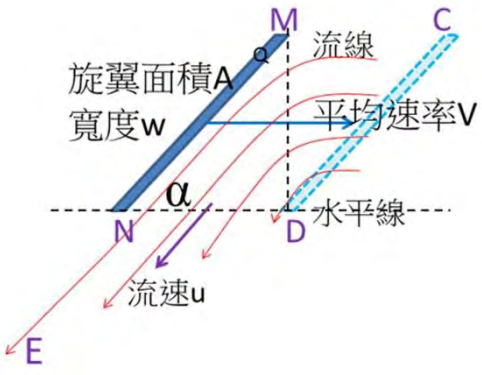


Fig.59：旋翼面積 A，旋翼寬度 w，迎風角 α，旋翼以平均切線速率 v，從 MN 平移到 CD，產生斜向空氣流速 u



本文提到的物理量說明如下表：

代號	說明	代號	說明
w	旋翼寬度	ρ	空氣密度
L	旋翼長度	m	竹蜻蜓質量
R	繞轉半徑 R=0.5L	t	竹蜻蜓從靜止到起飛時距(難以觀測)
α	迎風角	Δt	拉力作用時距(可攝影觀測)
ρ	空氣密度	f_t	竹蜻蜓起飛轉速
V	轉一週壓縮空氣體積$(\pi R^2)(w \cdot \sin\alpha)$	f_T	竹蜻蜓最高轉速
V ρ	轉一週壓縮空氣重量 $\rho\,(\pi R^2)(w \cdot \sin\alpha)g$	I	(以端點旋轉)矩形轉動慣量$I = \frac{1}{3}mR^2$
u	空氣流速	v	旋翼平均切線速率

我們嘗試以所學物理，說明：竹蜻蜓起飛轉速 f_t 與最高轉速 f_T 兩者不同：

(壓縮空氣)動量變化$V\rho\,(u\times\sin\alpha - 0)f_t = \rho\,(\pi R^2)(w \cdot \sin\alpha)(u\times\sin\alpha)f_t$ ……(1)

竹蜻蜓從靜止到起飛的動量變化=(竹蜻蜓重力)×(竹蜻蜓升空時距)=mg・t…….(2)

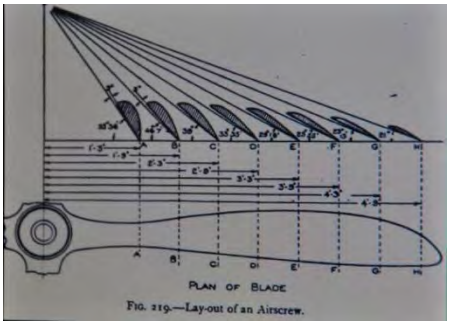
(1)與(2)大約相同，我們難以觀測竹蜻蜓「從靜止到起飛瞬間時距 t」，只能由攝影觀察「竹蜻蜓受拉力的作用時距 Δt」說明：

竹蜻蜓要達到起飛轉速 f_t 後，才會起飛，可能拉繩仍持續給竹蜻蜓轉動力矩，當拉繩與轉軸分開，此時竹蜻蜓為最高轉速 f_T，將往上衝到最大高度 h。

柒、結論

一、 轉軸與三角固定座為點接觸可減少摩擦，利用固定砝碼的重力模擬搓手，配合轉速表，規劃完成 8 個實驗，由實驗可知：竹蜻蜓的操作變因有：「翼軸比」、「等比例縮放」、「迎風角」、「旋翼仰角(俯角)」、「旋翼粗糙程度」、「斷面質量分布」、「旋翼半徑 R 的配重」、「旋翼寬度」。控制變因有：「固定拉力」,「繞軸 20 圈」,「使用碳纖維管當轉軸」。

二、 EXP4 可說明：真實直升幾起飛的旋翼是些微下垂，升空高度較高。EXP8 可說明：市售的四輪空拍機旋翼的迎風角並非定值，而是斷面由內而外，迎風角由大逐漸變小的「螺旋曲面」有利升空。

Fig.60：四輪空拍機旋翼的迎風角分布圖	Fig.61：真實直升機的旋翼可調仰角、俯角。
	 

三、雷射切割器無法切出實驗所需的弧面，即使用 3D 列印，只能用塑料，抗力不足容易折斷。因此製作旋翼最好的材料為竹片，配合自製「旋翼加工模具」，即使一般高中生，經過教育訓練，也可在 3 堂課內，完成竹蜻蜓製作，**適合探究與實作課程及學校開設特色課程。**

捌、參考資料及其他

一、 陳薇旦，李欣芸，鄭偉瑜，于佑民，” 會來回轉動的竹蜻蜓”，48 屆中小學科展。

二、 彭勇誠、林昱勳、謝竣宇，”平步蜻雲”， 52 屆中小學科展

三、 第３４回全国竹とんぼ大会、及び群馬大会　高度競技　ゼッケン１から 42
https://www.youtube.com/watch?v=_AC2XJTmhXI

四、 手作りおもちゃ／スーパー竹とんぼ教室①
https://www.youtube.com/watch?v=m1LKLaEoHKc

五、萊特兄弟 現代航空之父， Anna Sproule 著，傅芝泉 譯 ，牛頓出版公司

【評語】052304

以空心碳纖維管做轉軸，並插入細鐵絲，來微調控制竹蜻蜓重量;設計竹蜻蜓旋翼模具，可依需要微調旋翼的角度，大量複製規格一致的旋翼。為模擬手搓起飛竹蜻蜓，製作可固定拉力的「竹蜻蜓發射平台」。進行一系列的實驗，對多項操作變因進行研究，並以學理進行說明。實驗相對其他作品嚴謹許多，也具數據分析和討論。

作品海報

Bamboo-copter

摘　要

竹蜻蜓是適合親子共玩的童玩，從2篇中小學科展關於竹蜻蜓的研究中我們發現：以往製作竹蜻蜓的過程不夠精確，很難控制變因，且徒手拉繩的數據不盡客觀。

因此，我們開發各式模具並設計發射器，製作各式的竹蜻蜓。因為竹材有具韌性、易取得、易加工等優點，且同學只需研習3小時，即可製作出竹蜻蜓，非常適合高中生探究與實作課程。

我們以強韌不易變形的空心碳纖維管作轉軸，插入細鐵絲，以微調竹蜻蜓重量，並設計竹蜻蜓旋翼模具，可依需要微調旋翼的角度，大量複製規格一致的旋翼，使實驗結果具有再製性。此外，為模擬手搓起飛竹蜻蜓，我們製作可固定拉力的「竹蜻蜓發射平台」，得出較可靠的數據，不但可作為鄉土教材，也是直升機旋翼的初始研究。

壹、研究動機

本校自102年至105年，舉辦三屆均質化活動，以達文西飛行計畫為主題，當時是以製作竹蜻蜓為簡易飛行器，我連續參加兩年，感到非常有趣，引發我研究竹蜻蜓原始動力。

早在中國晉朝就有關竹蜻蜓的紀錄，是中國古老玩具之一。在文藝復興時期，達文西曾畫出螺旋翼詳細設計圖，充滿人類對「螺旋翼升空」的想像，直到1907年法國人保羅科爾尼研製載人直升機才試飛成功。竹蜻蜓可以說是直升機的始祖，今日雖然空拍機取代竹蜻蜓成為高級玩具，若使用現成的旋翼就失去探究的樂趣。

日本很提倡老少共玩的戶外活動，由退休老人家帶領中小學學生，一起做竹蜻蜓、玩竹蜻蜓，已成非常受歡迎的課外活動。老人家拿出準備好的竹片製作各樣的竹蜻蜓，往往比青少年的塑膠製的竹蜻蜓飛得更高、更遠、在空中停留時間更久，日本甚至舉辦竹蜻蜓飛行競賽，足見他們的用心。反觀台灣雖然盛產竹子，如何用竹片製作竹蜻蜓的技能卻近乎失傳，如何培養學生手作能力與增進親子互動關係呢？



日本退休老人一對一竹蜻蜓教學


台灣中低海拔盛產的竹材

貳、研究目的

從參考48屆中小學科展「會來回轉動的竹蜻蜓」，52屆中小學科展「平步蜻雲」關於竹蜻蜓的研究，我們發現：製作竹蜻蜓過程不夠精確，很難控制變因，徒手拉繩不盡客觀，於是請老師協助設計，製作「旋翼加工模具」、「旋翼模具」與「竹蜻蜓發射平台」，使竹蜻蜓具有再製性，配合轉速計，攝影機，可以科學測量，討論轉軸長度、翼軸比、不同迎風角、旋翼仰角俯角、竹蜻蜓表面粗糙程度、斷面質量分佈、旋翼半徑R的配重及螺旋旋翼與空氣摩擦面積等對竹蜻蜓之影響，未來可作為「直升機的升空原理」教材。

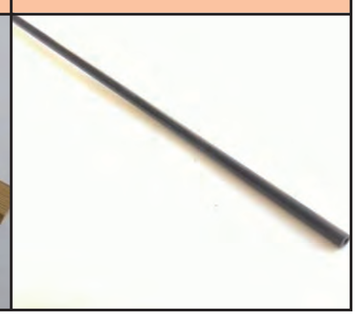
參、研究器材及設備

一、竹蜻蜓製作材料:

(一)旋翼—竹片:


Fig.01：桂竹片使用直徑70mm厚7.5mm依指定長度寬度剖切


Fig.02：孟宗竹片(140mm*18mm*5.3mm)


Fig.03：轉軸—圓形碳纖維管(外徑3mm內徑1.55mm)，可內置鐵絲(直徑1.5mm)

二、製作竹蜻蜓機具、量具及模具

(一)機具:

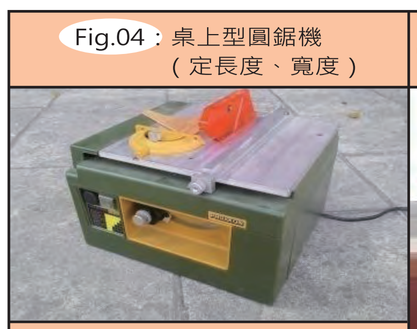
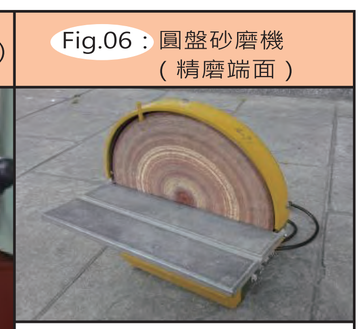
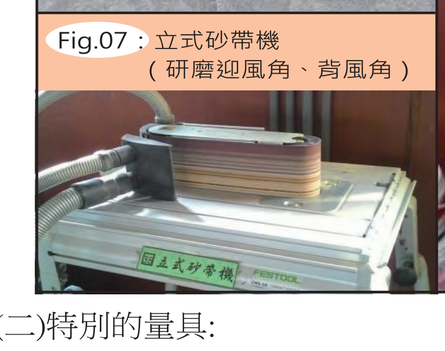
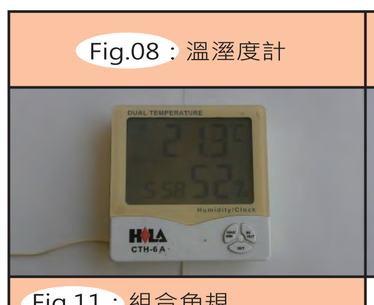

Fig.04：桌上型圓鋸機（定長度、寬度）


Fig.05：鑽孔機（鑽轉軸孔）


Fig.06：圓盤砂磨機（精磨端面）


Fig.07：立式砂帶機（研磨迎風角、背風角）

(二)特別的量具:


Fig.08：溫溼度計

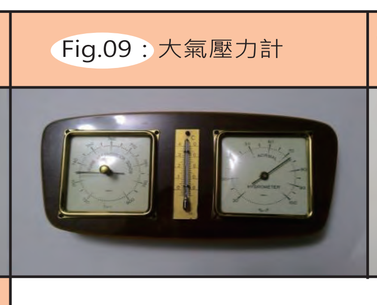
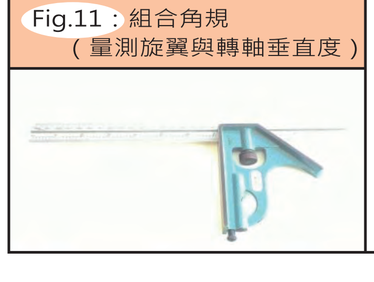
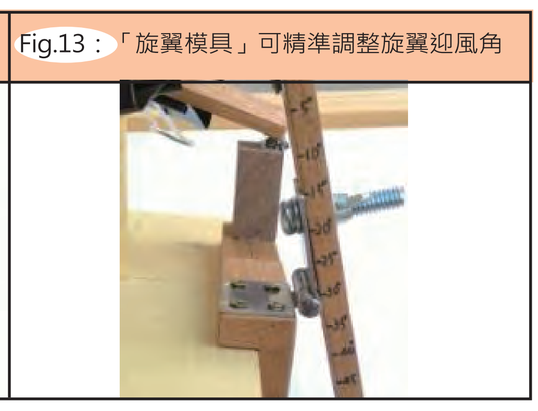

Fig.09：大氣壓力計


Fig.10：角度規（精確量測模具、旋翼角度）


Fig.11：組合角規（量測旋翼與轉軸垂直度）

(三)模具:


Fig.12：「轉軸孔定位模板」可精準鑽出置中圓孔


Fig.13：「旋翼模具」可精準調整旋翼迎風角

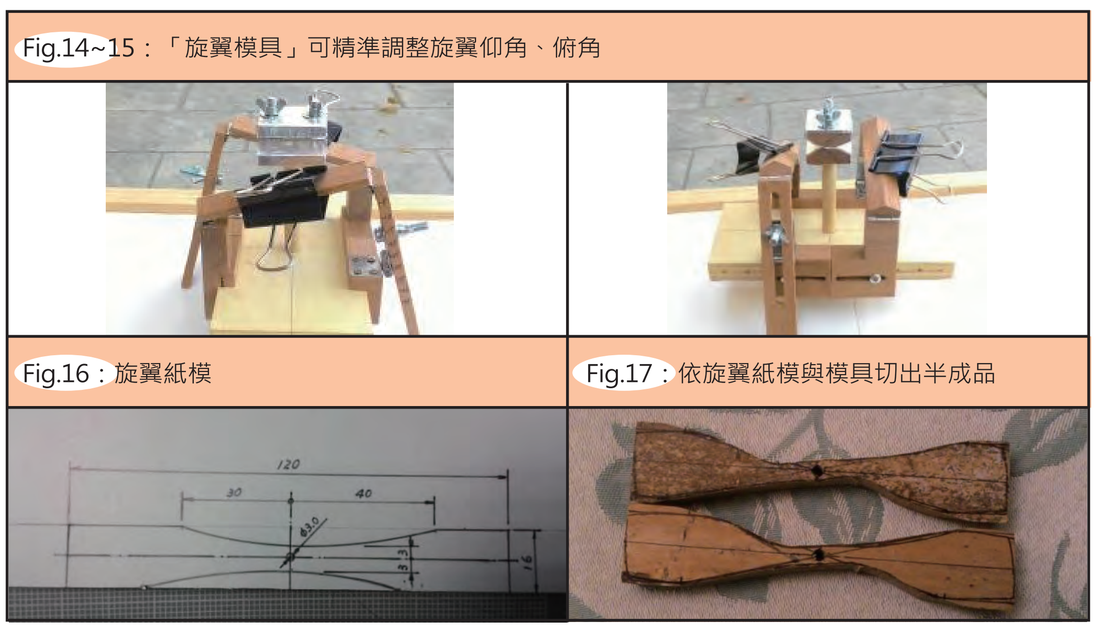

Fig.14~15：「旋翼模具」可精準調整旋翼仰角、俯角

Fig.16：旋翼紙模

Fig.17：依旋翼紙模與模具切出半成品

肆、研究過程或方法

一. 自製竹蜻蜓步驟:

(一)使用桌上型圓鋸機，設定旋翼的寬度(固定17mm)、長度(固定120mm)，使用鑽孔機及定位模板鑽轉軸孔。

(二)使用旋翼加工模板，利用立式砂帶機研磨背風角及迎風角。

(三)將研磨完之旋翼套上旋翼紙模，用油性代針筆精密描繪，使用立式砂帶機，磨去描繪旋翼曲線部分。

(四)使用切出小刀削去中心較厚部分以減少風阻，更有利於旋翼後製加工（調整迎風角、仰角、俯角加工），使用尖尾銼刀修飾旋翼，使其左右配重相同。

(五)用三角銼刀磨切碳纖維管使等長。

(六)使用#120、#180、#320由粗而細的砂紙將旋翼表面研磨平滑，利用快乾膠將碳纖維管插入旋翼固定，將竹蜻蜓置於電子天平秤重。

(七)剪一小段鐵絲黏在碳纖維管中，可調節竹蜻蜓的重量，使每支重量誤差±0.1g

(八)確定竹蜻蜓平放在平衡測試台不晃動，即使翻面也平衡不晃動

(九)完成並試飛。


Fig.18：竹片定寬

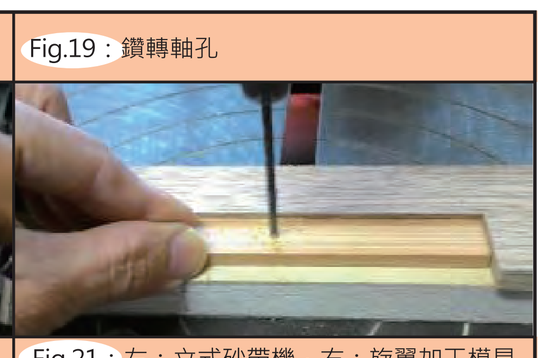
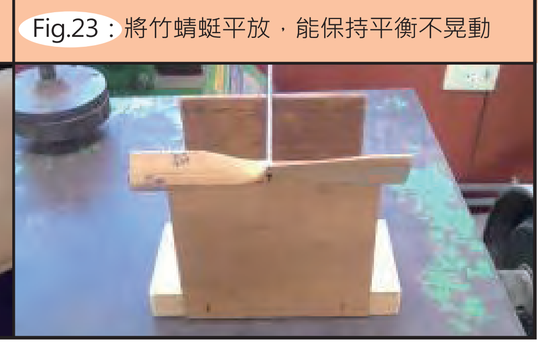

Fig.19：鑽轉軸孔


Fig.20：畫出旋翼端面，測量迎風角(攻角)


Fig.21：左：立式砂帶機，右：旋翼加工模具(可精準研磨出背風角19度及迎風角15度)


Fig.22：旋翼表面用銼刀與砂紙研磨


Fig.23：將竹蜻蜓平放，能保持平衡不晃動

二.自製「旋翼模具」方便旋翼加工，製作不同的迎風角(攻角)，操作步驟如下：

(一)將旋翼包上鋁箔，用黑色鐵夾夾緊旋翼兩端於連桿上，利用調整夾持台高度及連桿傾角調整，可設定迎風角4°~45°，仰角±4°、±10°，”-”表示俯角。

(二)使用打火機對準旋翼基部的鋁箔加熱，左右上下每次時間約5秒，鋁箔可使旋翼受熱均勻，避免旋翼碳化而影響結構強度，趁熱調整迎風角、仰角、俯角。

(三)達到實驗所需的角度，待冷卻後拆下鋁箔紙，即定型。

(四)微調並測試平衡


Fig.24：旋翼包鋁箔


Fig.25：迎風面(攻角)可調5~45度


Fig.26：升降台調整旋翼的仰角、俯角

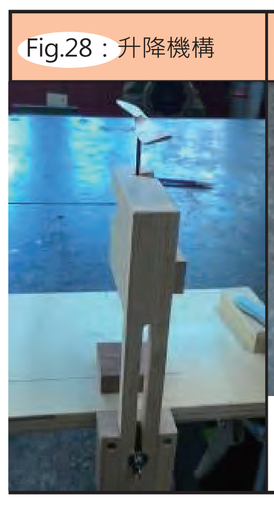

Fig.27：打火機加熱並調整角度

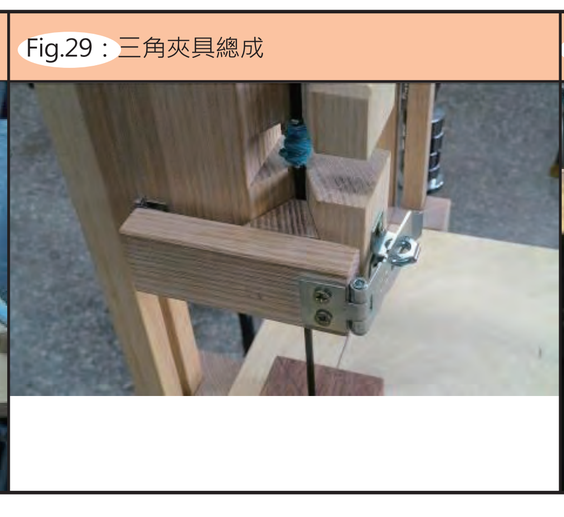
三. 為了減少人為發射誤差，自製「竹蜻蜓發射器」操作說明：

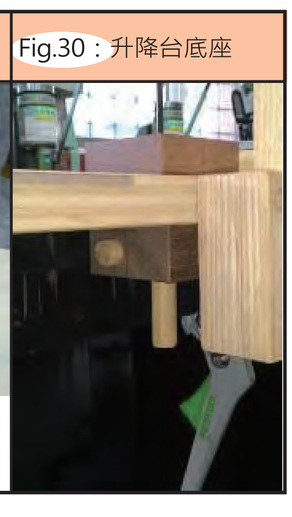
圓鋸機切出V型夾角60°溝槽，中上段切出2cm寬棉線出線口，並將溝槽精細研磨光滑，可將轉軸密合緊貼；再將三角柱型木塊(夾角60°)利用金屬活頁及鎖扣結合成三角夾具總成，可將轉軸穩固夾緊，撥開扣件，可迅速彈開，棉繩即可拉動竹蜻蜓旋轉。

(一).發射器結構說明:

1.發射台


Fig.28：升降機構


Fig.29：三角夾具總成


Fig.30：升降台底座

(二).發射器測試程序:

1. 紀錄:溫度、溼度、大氣壓力、體育館為室內，風速幾乎為0。註一、註二
2. 調整發射台面水平及發射架鉛垂度。
3. 將棉繩緊密纏繞在轉軸指定區段，由同一人固定方向繞20圈，確保力道一致。
4. 竹蜻蜓直立於發射台，用扣件固定，繩另一端經過定滑輪固定懸掛251g砝碼。
5. 攝影機拍攝扣件彈開時，竹蜻蜓開始旋轉，測量竹蜻蜓最高轉速、起飛轉速f (r.p.m.)，棉繩拉動竹蜻蜓的作用時距△t (s)，背景為標高尺，使用攝影機監測竹蜻蜓升空最大高度。

Fig.31：牆上貼刻度尺，測量竹蜻蜓起飛高度

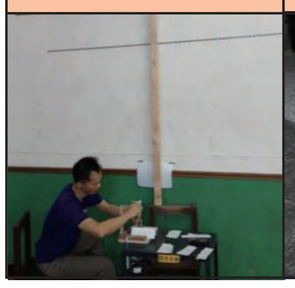


Fig.32：自製發射器，當釋放金屬扣件後砝碼拉動棉線，竹蜻蜓先旋轉後起飛。

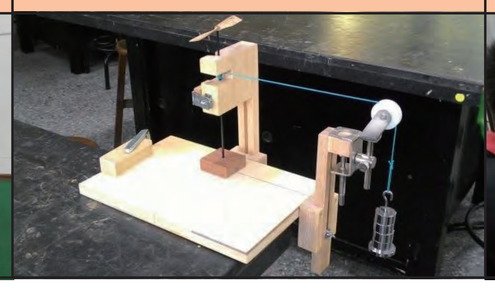


Fig.33：使用台達-文本型人機介面，可程式控制外接轉速表頭，測量即時轉速(r.p.m.)



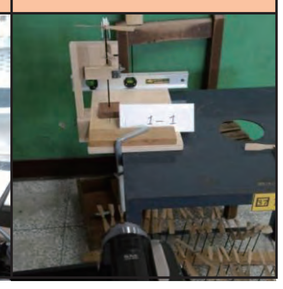
Fig.34：操作面板可紀錄：最高轉速、起飛轉速即時轉速，單位r.p.m.，誤差約2%(3000±60 r.p.m.)



Fig.35：竹蜻蜓底座裝設「對照式光電開關」，當竹蜻蜓起飛可記錄轉速f (r.p.m.)



Fig.36：攝影機以每秒24個畫面，拍攝棉繩拉動竹蜻蜓的作用時距△t (s)



註一:溫、溼度會影響竹材含水率，對竹蜻蜓重量有影響。

註二:高度和氣壓:隨著高度的增加，氣壓會降低。平均而言，隨著高度每增加1000英尺，氣壓會降低1"Hg。當氣壓降低時，空氣密度變小或者說空氣變稀薄。這相當於上升到了更高的高度，我們稱之為密度高度。隨著氣壓降低， 密度高度會升高並且對航空器性能也有顯著的影響。溫度的變化會引起空氣密度的變化，從而又導致氣壓的變化，進而又導致大氣在垂直和水平方向產生氣流和風等運動。為了達到均衡狀態，大氣幾乎是永不休止地處於運動之中。正是這種運動形成了多種多樣的天氣變化。故大氣壓力影響空氣密度，影響升空。

原文網址：https://kknews.cc/zh-tw/science/j8e6jry.html

五. 測量拉繩轉動竹蜻蜓的時距

(一)棉繩長60cm，可纏繞碳纖維管共20圈後，用扣件固定竹蜻蜓在三角夾具。

(二)攝影機使用「連拍模式」，當放開扣件瞬間拉力開始作用，觀察繩拉動碳纖維管過程，直到繩脫離碳纖維管竹蜻蜓向上飛起，數拍攝照片張數，相鄰兩照片時距1/24秒，則拉力作用時距△t (s)對應照片張數如下表，介於0.33~0.67秒。

Fig.37：當放開扣件瞬間開始計時

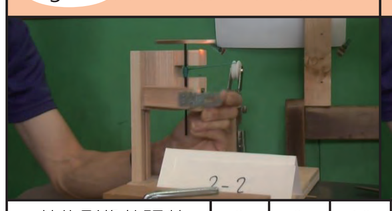
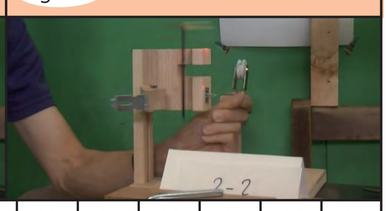


Fig.38：繩脫離碳纖維管竹蜻蜓向上飛起



數位影像的張數	8	9	10	11	12	13	14	15	16
拉力作用時距△t (s)	0.33	0.38	0.42	0.46	0.50	0.54	0.58	0.63	0.67

伍、研究結果

我們固定砝碼拉繩拉力251gw模擬搓手動作，規劃8個實驗改變不同變因，並測量：旋翼最高轉速fT (×1000 r.p.m.)、竹蜻蜓起飛轉速ft (×1000 r.p.m.)、拉繩作用時距△t (s)、竹蜻蜓升空高度h (m)，紀錄大氣環境：溫度21.8℃、濕度69%、氣壓728 torr。

一、EXP1：固定旋翼長度L，改變轉軸長度d，則竹蜻蜓的「翼軸比L/d」由大而小。

發現：

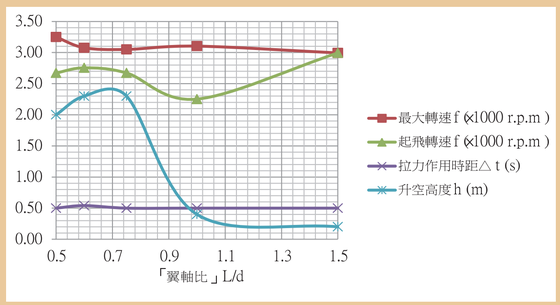
1當翼軸比L/d≒0.7，升空高度超過2m，當翼軸比L/d＞0.9，竹蜻蜓起飛後易搖晃，升空高度低於1m，推論：轉軸長度(碳纖維棒)較長，有助於起飛平衡。

2當翼軸比L/d≒1，碳纖維棒適中，竹蜻蜓重量2.7g未過重，竹蜻蜓能以較低轉速2250 r.p.m.起飛。

Fig.39,40：不同轉軸長度的竹蜻蜓



控制變因	固定迎風角 α=15°，旋翼長度 L=12cm				
竹蜻蜓編號	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5
旋翼長度 L (cm)	12	12	12	12	12
轉軸長度 d(cm)	8.0	12.0	16.0	20.0	24.0
「翼軸比」L/d	1.5	1.0	0.75	0.6	0.5
重量 (g)	2.5	2.7	2.9	3.2	3.5
最高轉速 fT(×1000 r.p.m.)	2.99	3.10	3.05	3.08	3.25
起飛轉速 ft (×1000 r.p.m.)	2.99	2.25	2.67	2.75	2.67
拉力作用時距△t (s)	0.50	0.50	0.50	0.54	0.5
升空高度 h (m)	0.2	0.4	2.30	2.30	2.00



二、EXP2：固定竹蜻蜓翼軸比L/d=0.6，由小而大製作不同大小竹蜻蜓

發現：

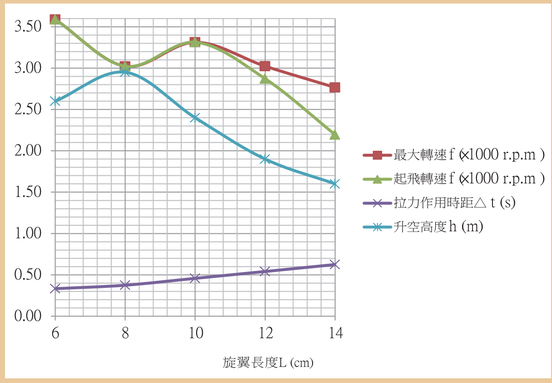
1當旋翼長8cm，可以較小的起飛轉速3020r.p.m.，使竹蜻蜓達的升空高度接近3m。

2推論：當固定拉力時，並不是旋翼越長，升空高度越高，因為重量越重，空氣阻力也越大。

Fig.41,42：不同長度碳纖維棒的竹蜻蜓



控制變因	翼軸比L/d=0.6，迎風角 α=15度，旋翼上下面積相同。				
竹蜻蜓編號	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5
旋翼長度L (cm)	6	8	10	12	14
重量 (g)	1.6	2.1	2.8	3.6	4.3
最高轉速fT (×1000 r.p.m.)	3.59	3.02	3.31	3.02	2.77
起飛轉速ft (×1000 r.p.m.)	3.59	3.02	3.31	2.87	2.20
拉力作用時距△t (s)	0.33	0.38	0.46	0.54	0.63
升空高度h (m)	2.6	2.95	2.4	1.9	1.6



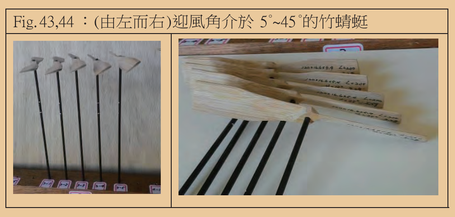
三、EXP3：改變不同迎風角(攻角)α

發現：

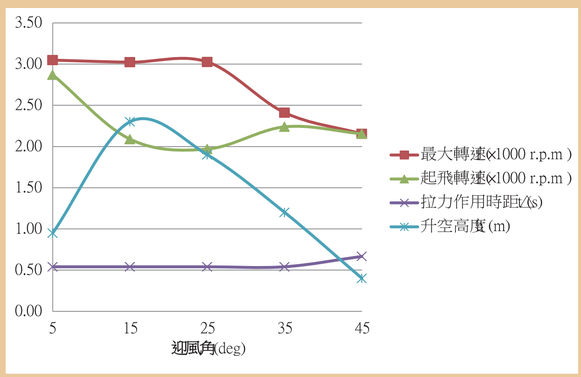
1固定旋翼L=12 cm，當迎風角15°，升空高度突破2m。當迎風角 α>25°，升空高度反而變小。

2推論：迎風角較大，雖然增加下壓的空氣，也增加空氣阻力使轉速變慢。

Fig.43,44：(由左而右)迎風角介於 5°~45°的竹蜻蜓



控制變因	重量3.2g，旋翼L=12 cm，轉軸長度d=20 cm				
竹蜻蜓編號	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5
迎風角 α (deg)	5	15	25	35	45
最高轉速fT (×1000 r.p.m.)	3.05	3.02	3.03	2.41	2.15
起飛轉速ft (×1000 r.p.m.)	2.87	2.09	1.97	2.24	2.15
拉力作用時距△t (s)	0.54	0.54	0.54	0.54	0.67
升空高度h (m)	0.95	2.30	1.90	1.20	0.40



四、EXP4：旋翼的仰角 θ >0與俯角 θ <0

發現：

1當仰角 θ =0°可以最低轉速2470r.p.m.起飛，高度為2.3m。當仰角 θ =-4°的起飛轉速3100r.p.m.較大，高度為2.4m反而較高。

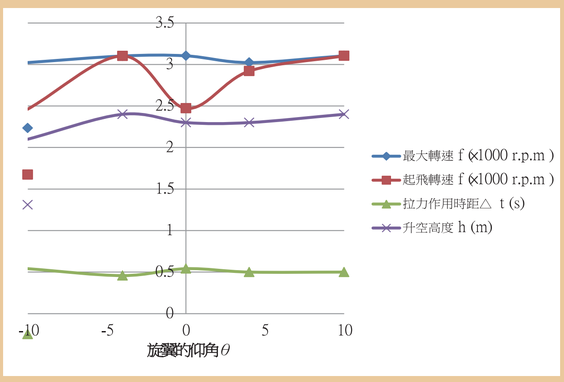
2推論：1旋翼些微俯角，可使空氣集中壓縮，垂直上升較高。

2若俯角過大，翼尾帶動氣旋，易形成擾流，反無助升空。

Fig.45~46：不同仰角介於-10°~10°的竹蜻蜓



控制變因	重量 3.2g，旋翼長 12.0cm ，轉軸長 20.0cm ，迎風角 α=15				
竹蜻蜓編號	4-	4-4	4-1	4-2	4-3
旋翼的仰角 θ	-10	-4	0	4	10
最高轉速 f (×1000 r.p.m.)	3.02	3.10	3.10	3.02	3.10
起飛轉速 f (×1000 r.p.m.)	2.46	3.10	2.47	2.92	3.10
拉力作用時距△t (s)	0.54	0.46	0.54	0.50	0.50
升空高度 h (m)	2.1	2.4	2.3	2.3	2.4



五、EXP5：竹蜻蜓旋翼表面粗糙程度。

發現：

1旋翼表面越光滑，與空氣接觸的阻力越小，升空高度較高。

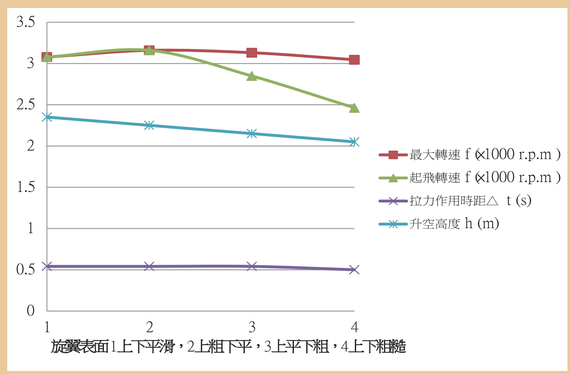
2旋翼表面上下粗糙，開始轉動時，能有效帶動空氣，竹蜻蜓起飛轉速較小。

3若進一步研究表面塗層，可改變氣流狀態，增加旋翼強度，有助飛行。

Fig.47~48：旋翼表面不同粗糙程度的竹蜻蜓



控制變因	平滑面用#320 白砂紙精磨，粗糙面用約 #40 尖尾銼刀粗磨。竹蜻蜓重量皆 3.2g ，旋翼長 12.0cm ，轉軸長 20.0cm ，迎風角 α=15 度			
竹蜻蜓編號	5-1	5-2	5-3	5-4
旋翼表面粗糙程度	兩面平滑	上表面粗糙 下表面平滑	上表面平滑 下表面粗糙	兩面粗糙
最高轉速 fT(×1000 r.p.m.)	3.08	3.16	3.13	3.05
起飛轉速 ft (×1000 r.p.m.)	3.08	3.16	2.85	2.46
拉力作用時距△t (s)	0.54	0.54	0.54	0.50
升空高度 h (m)	2.35	2.25	2.15	2.05



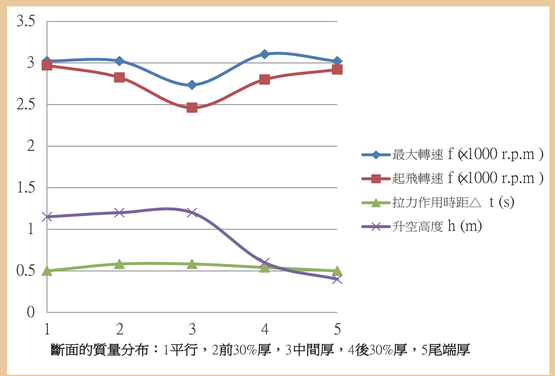
六、EXP6：斷面的質量分布(Fig.49~53)：

發現：

1旋翼斷面迎風面鼓起(前30~50%較厚)，符合機翼上表面鼓起流線形狀，將使上表面流速快，壓力小，產生向上升力(伯努力原理)，升空高度較高(超過1m)。

2.6-4、6-5斷面後端較厚，氣流於尾端會產生亂流，阻礙升空。

控制變因	固定迎風角 α=15°，重量，轉軸長相同				
竹蜻蜓編號	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5
斷面的質量分布	平行	前30%較厚	中間50%較厚	後 30% 較厚	尾端最厚
最高轉速fT(×1000 r.p.m.)	3.02	3.02	2.74	3.10	3.02
起飛轉速ft(×1000 r.p.m.)	2.97	2.83	2.46	2.80	2.92
拉力作用時距△t (s)	0.50	0.58	0.58	0.54	0.50
升空高度 h (m)	1.15	1.20	1.20	0.60	0.40



七、EXP7：旋翼較厚的位置(配重)與轉軸的距離由遠而近，0.9R~0.5R，旋翼半徑R

發現：

1相同拉力，配重接近轉軸0.5R，轉動慣量較小，雖然拉力作用時距△t 略短，升空高度較高。

2相同拉力，不同配重位置，起飛轉速呈現波浪曲線，推論：旋翼高速旋轉時，配重將使旋翼振動，其特性振動頻率影響起飛轉速。

八、EXP8：旋翼採用螺旋曲面而且固定長度，增加旋翼寬度，改變旋翼面積

發現：

1旋翼的寬度<2.4cm，面積雖不大，竹蜻蜓的重量較輕，升空高度可超過2.5m。

2當旋翼寬度2.1cm，能以最低轉速1260r.p.m.升空，達到最高轉速3310r.p.m.，高度達2.8m。

3發現螺旋曲面，能以較低轉速升空，是下一階段研究重點。

Fig.54~55：下圖由左而右的竹蜻蜓，旋翼配重由外而內



控制變因	旋翼長12.0cm 轉軸長20.0cm 重量4.2g 迎風角 α =15度				
竹蜻蜓編號	7-1	7-2	7-3	7-4	7-5
較厚的位置	0.9R	0.8R	0.7R	0.6R	0.5R
最高轉速 fT(×1000 r.p.m.)	2.75	3.05	3.10	3.08	3.05
起飛轉速 fι(×1000 r.p.m.)	2.39	3.05	3.10	2.55	2.85
拉力作用時距△t (s)	0.63	0.63	0.63	0.60	0.58
升空高度 h (m)	1.20	1.20	1.40	1.50	1.80

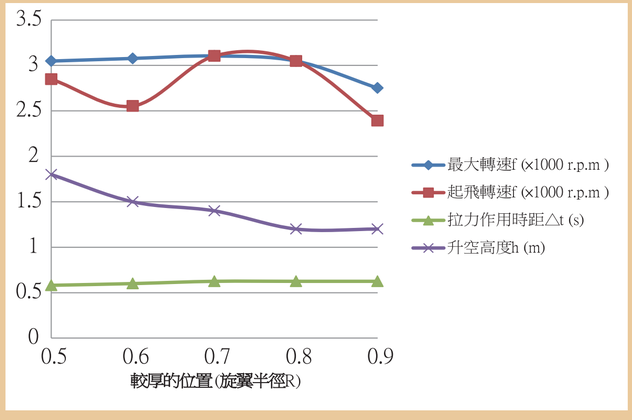
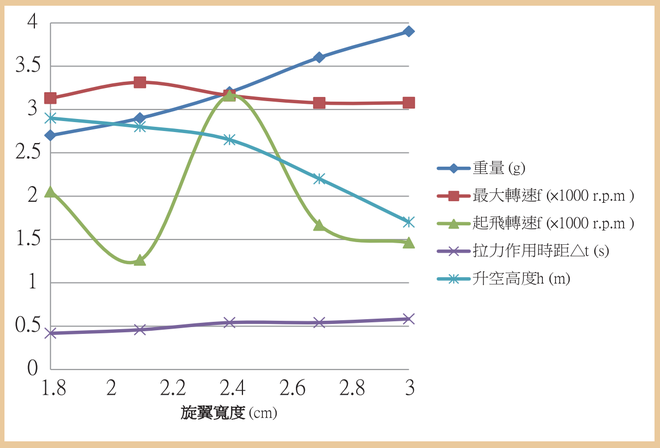


Fig.56~57：下圖由左而右 旋翼寬度由小而大的竹蜻蜓



控制變因	旋翼長 9.0cm 轉軸長 15.0cm 迎風角 α =15 度				
竹蜻蜓編號	8-1	8-2	8-3	8-4	8-5
旋翼寬度 (cm)	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0
重量 (g)	2.7	2.9	3.2	3.6	3.9
最高轉速 fT(×1000 r.p.m.)	3.13	3.31	3.16	3.08	3.08
起飛轉速 fι(×1000 r.p.m.)	2.05	1.26	3.16	1.67	1.46
拉力作用時距△t (s)	0.42	0.46	0.54	0.54	0.58
升空高度 h (m)	2.90	2.80	2.65	2.20	1.70



陸、討論

一、比較EXP.6-1(斷面平行)與6-3(中間較厚)數值發現：伯努利定律能增加升力有限，因為6-3的升空高度只增加5cm，而旋翼中間鼓起將使流線往下，竹蜻蜓起飛轉速較小。

二、繩長與砝碼固定，則拉力對竹蜻蜓作功固定，則 { 當竹蜻蜓的轉動慣量越大，表示不易旋轉，起飛轉速f_t 較大@
當竹蜻蜓的轉動慣量越小，表示容易旋轉，起飛轉速f_t 較小)┤

我們將旋翼視為矩形，(以端點旋轉)轉動慣量 $I = \frac{1}{3} m R^2 = m (0.57R)^2 \cong (0.6R)^2 m$

可解釋EXP.7-4配重在0.6R，起飛轉速1450r.p.m.最小。

三、綜合EXP.1~5，竹蜻蜓（飛得高）與（較低轉速，容易起飛）的參數如下表，說明竹蜻蜓的「特性曲線」為非線性：

綜合EXP.1~5，竹蜻蜓（飛得高）與（較低轉速，容易起飛）的參數如下表，說明竹蜻蜓的「特性曲線」為非線性：

參數	飛得高	較低起飛轉速	說明
翼軸比L/d	0.7	1	轉軸較短，質量較輕，容易起飛
旋翼長度L (cm)	8	8，12	旋翼較長，雖然較重，壓縮空氣較多。
迎風角 α	15	25	迎風角略大，有助於下壓氣流
旋翼的仰角 θ	-4°	0°，-10°	旋翼些微俯角，有助於下壓氣流集中
旋翼表面	兩面光滑	兩面粗糙	旋翼些微粗糙，有助於帶動氣流上升

四、為了說明：竹蜻蜓利用壓縮氣流的反作用力升空。

下圖左：我們將旋翼視為矩形，旋翼繞半週下壓圓柱體空氣柱。

下圖右：原本相對於旋翼靜止的空氣團，當旋翼(MN) 快速平移到(CD) ，截面積四邊形MNDC的空氣團被壓縮成END，以氣體流速u順著流線斜向流出。

Fig.58：旋翼長 L=2R，旋翼半徑 R，旋翼面積 A，迎風角 α，轉軸長 d，轉速 f (Hz)

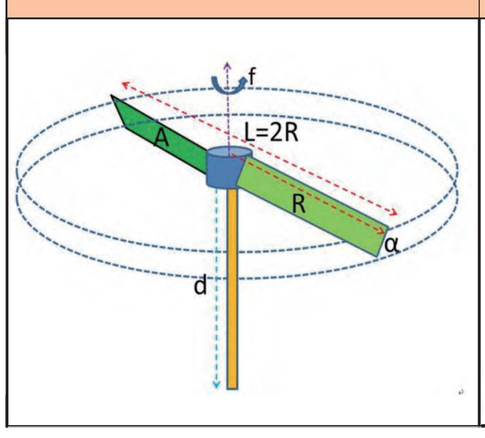
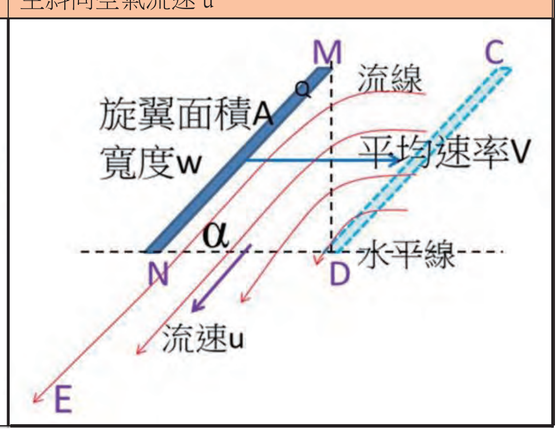


Fig.59：旋翼面積 A，旋翼寬度 w，迎風角 α，旋翼以平均切線速率 v，從 MN 平移到 CD，產生斜向空氣流速 u



本文提到的物理量說明如下表：

代號	說明	代號	說明
w	旋翼寬度	ρ	空氣密度
L	旋翼長度	m	竹蜻蜓質量
R	繞轉半徑 R=0.5L	t	竹蜻蜓 從靜止到起飛 時距(難以觀測)
α	迎風角	Δt	拉力作用時距 (可攝影觀測)
ρ	空氣密度	fι	竹蜻蜓 起飛轉速
V	轉一週壓縮空氣體積 $(\pi R^2)(w \cdot \sin\alpha)$	fT	竹蜻蜓 最高轉速
$V\rho$	轉一週壓縮空氣 重量 $\rho(\pi R^2)(w \cdot \sin\alpha)g$	I	(以端點旋轉)矩形 轉動慣量 $I = \frac{1}{3} m R^2$
u	空氣流速	v	旋翼平均切線速率

我們嘗試以所學物理，說明：竹蜻蜓起飛轉速fι與最高轉速fT兩者不同：

(壓縮空氣)動量變化 $V\rho(u\times\sin\alpha - 0) f t = \rho(\pi R^2)(w \cdot \sin\alpha)(u\times\sin\alpha) f t$ ……(1)

竹蜻蜓從靜止到起飛的動量變化=(竹蜻蜓重力)×(竹蜻蜓升空時距)=mg · t…….(2)

(1)與(2)大約相同，我們難以觀測竹蜻蜓「從靜止到起飛瞬間時距t」，只能由攝影觀察「竹蜻蜓受拉力的作用時距 Δt」說明：

竹蜻蜓要達到起飛轉速fι後，才會起飛，可能拉繩仍持續給竹蜻蜓轉動力矩，當拉繩與轉軸分開，此時竹蜻蜓為最高轉速fT，將往上衝到最大高度h。

柒、結論

轉軸與三角固定座為點接觸可減少摩擦，利用固定砝碼的重力模擬搓手，配合轉速表，規劃完成8個實驗，由實驗可知：竹蜻蜓的操作變因有：「翼軸比」、「等比例縮放」、「迎風角」、「旋翼仰角(俯角)」、「旋翼粗糙程度」、「斷面質量分布」、「旋翼半徑R的配重」、「旋翼寬度」。控制變因有：「固定拉力」，「繞軸20圈」，「使用碳纖維管當轉軸」。

EXP4可說明：真實直升機起飛的旋翼是些微下垂，升空高度較高。EXP8可說明：市售的四輪空拍機旋翼的迎風角並非定值，而是斷面由內而外，迎風角由大逐漸變小的「螺旋曲面」有利升空。

Fig.60：四輪空拍機旋翼的迎風角分布圖

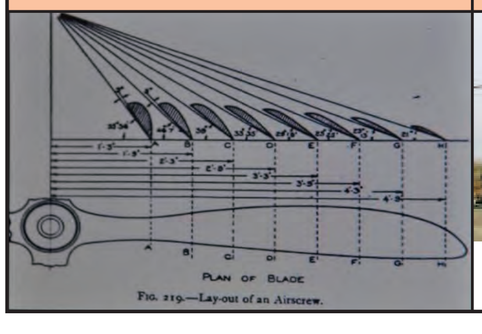


Fig.61：真實直升機的旋翼可調仰角、俯角



三、雷射切割器無法切出實驗所需的弧面，即使用3D列印，只能用塑料，抗力不足容易折斷。因此製作旋翼最好的材料為竹片，配合自製「旋翼加工模具」，即使一般高中生，經過教育訓練，也可在3堂課內，完成竹蜻蜓製作，適合探究與實作課程及學校開設特色課程。

捌、參考資料及其他

一、 陳薇旦，李欣芸，鄭偉瑜，于佑民，” 會來回轉動的竹蜻蜓” ，48屆中小學科展。

二、 彭勇誠、林昱勳、謝竣宇，”平步蜻雲” ， 52屆中小學科展

三、 第34回全国竹とんぼ大会、及び群馬大会　高度競技　ゼッケン１から42　https://www.youtube.com/watch?v=_AC2XJTmhXI

四、 手作りおもちゃ／スーパー竹とんぼ教室①　https://www.youtube.com/watch?v=m1LKLaEoHKc

五、萊特兄弟 現代航空之父， Anna Sproule著，傅芝泉 譯 ，牛頓出版公司